

Пеф Сомбор
Катедра за математику и методика наставе
математике

Аритметички задаци

Методика математике 2 (МРМП2)



Индириектне методе решавања проблемских задатака

Уколико задатак не можемо решити директно, помоћу директних метода, онда га решавамо преко њему одговарајућих модела, тј. моделовањем (индириектно).

У почетном учењу и настави математике користе се:

1. геометријски модели решавања проблема
2. логичко – аритметички модели решавања проблема



1. Геометријски модели решавања проблема

Код решавања проблемских задатака тешкоћу представља уочавање односа међу величинама.

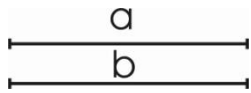
Да бисмо ово олакшали често величине из оригиналног проблема представљамо помоћу геометријских слика: дужи, правоугаоника, графова, дијаграма итд.

Тако уместо да испитујемо оригинал, ми испитујемо геометријски модел.

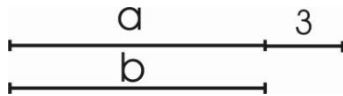


Метода дужи

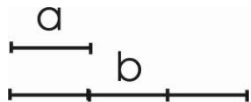
Дати бројеви (величине) представљају се помоћу дужи.



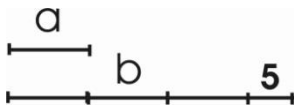
Два броја (величине) су једнаке па их приказујемо једнаким дужима.



Први број (величина) је за 3 већи од другог.



Други број (величина) је 3 пута већи од првог.



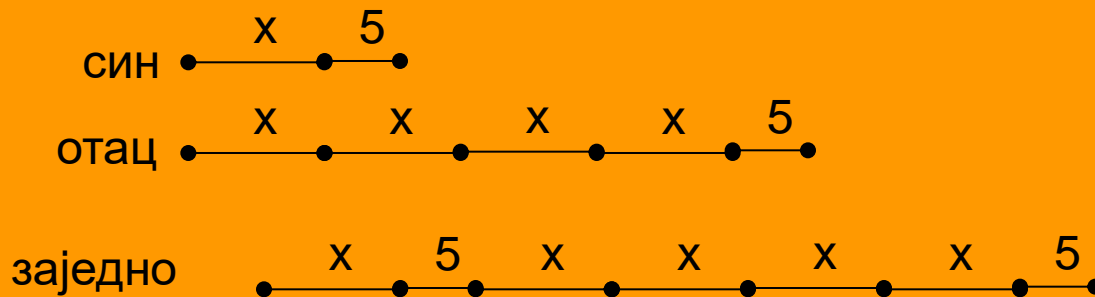
Ако други број поделимо првим, добија се количник 3 и остатак 5.



Метода дужи

Отац и син имају сада заједно 60 година. Пре 5 година отац је био старији од сина 4 пута. Колико је сада година оцу, а колико сину?

Пре 5 година (данас)



$$(x + 5) + (4 \cdot x + 5) = 60$$



Метода правоугаоника

Ако се неке од величина у задатку могу изразити као производ двеју других величина, онда се за тај задатак може формирати геометријски модел у коме ће таквој величини одговарати површина правоугаоника чије су странице чиниоци тог производа.

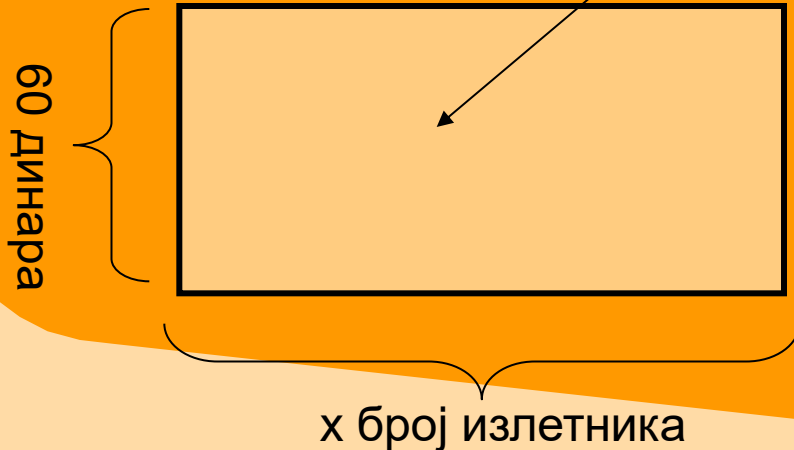


Метода правоугаоника

Група излетника уговори возњу аутобусом тако да свако плати по 60 динара. Међутим, 5 излетника не дође и због тога су остали излетници морали да плате по 80 динара. Колико је плаћена возња аутобусом и колико је излетника било на излету?

цена возње аутобусом

5 излетника није дошло

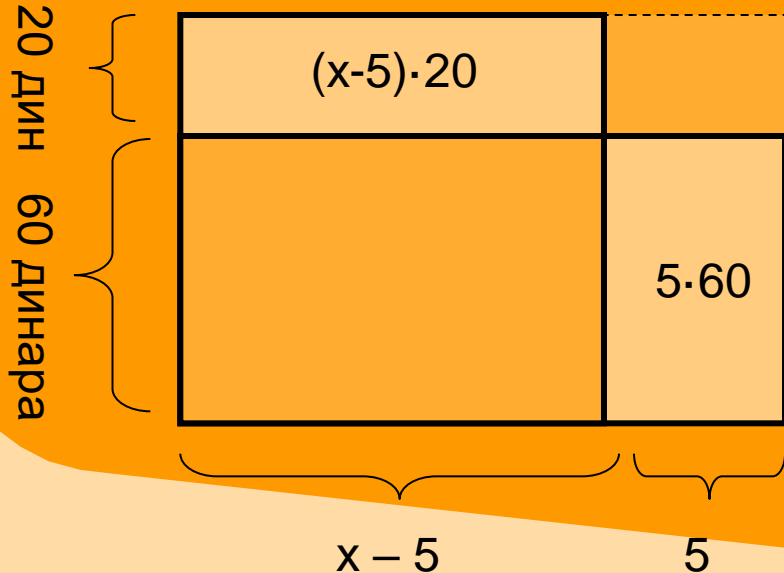


цена по једном излетнику



Метода правоугаоника

Група излетника уговори возњу аутобусом тако да свако плати по 60 динара. Међутим, 5 излетника не дође и због тога су остали излетници морали да плате по 80 динара. Колико је плаћена возња аутобусом и колико је излетника било на излету?



5 излетника није дошло

Излетници плаћају
20 динара више

$$5 \cdot 60 = (x - 5) \cdot 20$$



Метода таблица

Методу таблица обично користимо када имамо два скупа чији су елементи у некој вези, односу.

У врсте таблице уписујемо елементе једног скупа, а у колоне елементе другог.

Ако су елементи, који се налазе у пресеку колоне и врсте, у релацији, то означавамо са „+“, а ако нису са „-“. (можемо користити и друге знаке)



Метода таблица

Три друга – Душко, Јован и Петар, цртали су различитим бојицама: један црном, други црвеном, а трећи зеленом. Душко није цртао црном и црвеном бојом, Петар није цртао црвеном. Којом бојицом је цртао сваки?

	Душко	Јован	Петар
Црна	-	-	+
Црвена	-	+	-
Зелена	+	-	-



Метода Веновог дијаграма

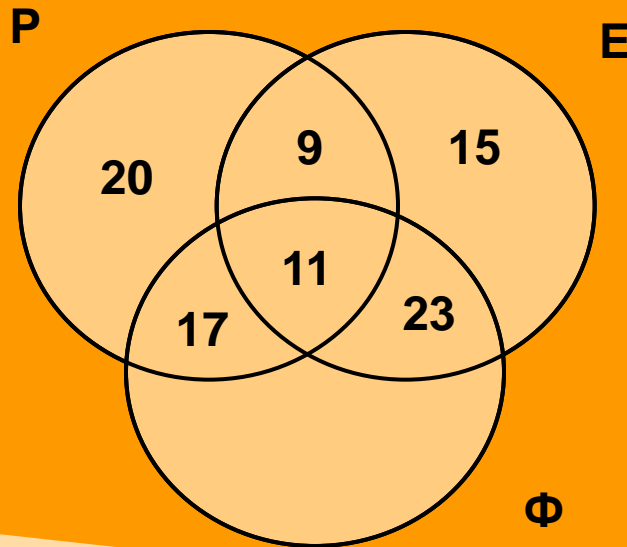
Венов дијаграм је део равни ограничен неком затвореном линијом. У оквиру те линије смештени су сви елементи неког скупа. Ако се и они записују, онда се сваком од њих придружи по једна тачка.

Венове дијаграме користимо за разматрање веза између разних скупова у оквиру једног генералног скупа, при томе се користећи бројем елемената тих скупова.



Метода Веновог дијаграма

Од 100 студената једног факултета сваки говори један од три језика: руски говори 57, енглески 58, руски и француски 28, енглески и француски 34. Само по 2 страна језика говори 49, а сва три језика говори 11. Колико студената говори француски, а колико само руски?



$$49 - 17 - 23 = 9$$



Метода фокусног дијаграма

Постоји група комбинаторних задатака који у извесним ситуацијама (нпр. велики број решења) могу да се реше помоћу графика, који називамо фокусни дијаграм.

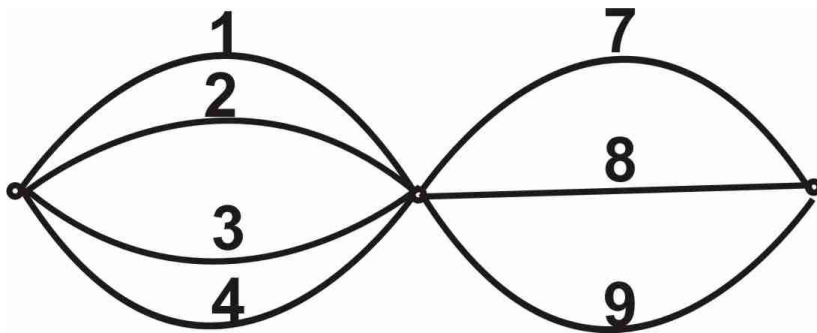
Цртежом се омогућује да се лакше сагледају све комбинације које задатак намеће. Код оваквих модела елементи из проблема представљају се дужима и кривим линијама.



Метода фокусног дијаграма

Колико се двоцифрених бројева може написати ако је цифра десетица из скупа {1, 2, 3, 4}, а цифра јединица из скупа {7, 8, 9}?

цифра десетица цифра јединица



$$4 \cdot 3 = 12$$

17	27	37	47
18	28	38	48
19	29	39	49



2. Логичко - аритметички модели решавања проблема

Користе се:

- метода лажне претпоставке и
- метода инверзије



Метода лажне претпоставке

Суштина ове методе састоји се у томе да се даје нека претпоставка о решењу, која најчешће није тачна. Задатак се затим, сагледава у светлу датог, „лажног“ решења. Долази се до процене грешке и корекције лажног решења, при чему се добија право решење.



Метода лажне претпоставке

За превоз 528 ученика саобраћајна фирма упутила је аутобусе са по 36 и аутобусе са по 24 седишта. Колико је било аутобуса са по 36 седишта, ако је укупно упућено 18 аутобуса?

Претпоставимо да су сви аутобуси имали по 36 седишта.

Лажна претпоставка!

То значи да је укупан број седишта био $18 \cdot 36 = 648$

Како има 528 ученика, имамо вишак од $648 - 528 = 120$ седишта.

Ако један бус са 36 седишта заменимо бусом са 24 седишта, имаћемо $36 - 24 = 12$ седишта мање.

Ово значи да треба да заменимо $120 : 12 = 10$ аутобуса.

Према томе, број аутобуса са по 24 седишта биће 10, а са по 36 седишта $18 - 10 = 8$.



Метода инверзије

Ова метода се састоји у томе да се пође од последњег датог податка, па се операције врше обрнутим (инверзним) редоследом од онога који се у задатку наводи.



Метода инверзије

Младић приђе цару с молбом:

„Светли царе, дозволите ми да из Вашег воћњака изнесем једну јабуку.“

Цар му то одобри, али кад младић приђе ближе воћњаку спази да је он ограђен троструком оградом, да свака ограда има само по један улаз и да је на сваком улазу по један стражар.

Дошавши до првог од њих, младић рече:

„Цар ми је дозволио да из воћњака изнесем једну јабуку.“

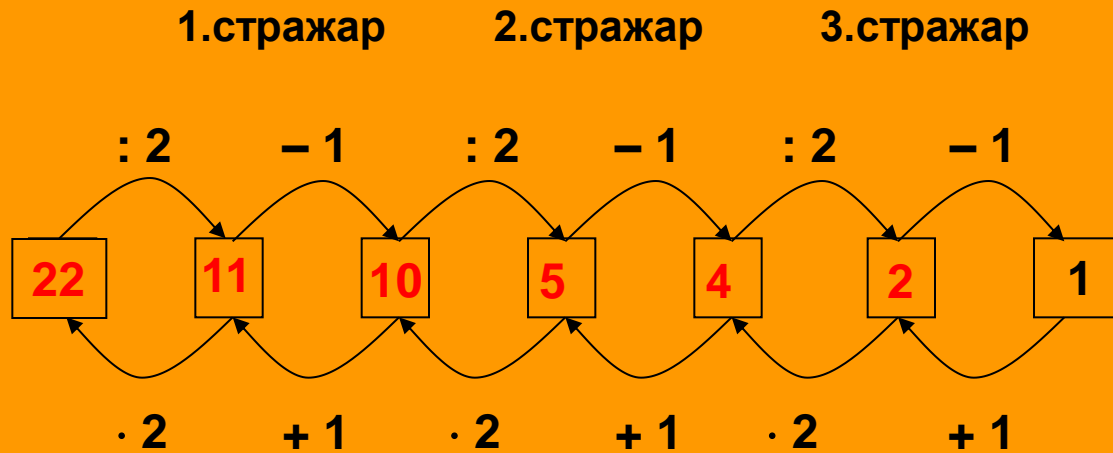
„Може, али при изласку ћу ти узети половину свих јабука које будеш имао и још једну јабуку, узврати му стражар.“

Исто су му рекли и други и трећи стражар.

Колико јабука мора набрати младић да би му, када удовољи сваком од стражара, остала једна јабука?



Метода инверзије



Задаци за вежбу

1. У дворишту има кокошака и прасића, укупно 100 ногу и 36 глава. Израчунај број кокошака и прасића.
2. Од 60 наставника једне школе њих 30 пије кафу, 22 пије чај, а 12 пије и кафу и чај. Има ли наставника који не пију ни кафу ни чај? Ако их има, колико их је?
3. Неколико дечака хоће да купе лопту. Ако сваки да по 9 динара, преостаће им 11 динара, а ако сваки да по 6 динара, недостајало би им 16 динара. Колико је било дечака и колика је цена лопте?
4. 30 радника би завршило неки посао за 28 дана. Ако би им се после 10 дана придружило још 6 радника, за колико дана би завршили преостали посао?
5. Ципирипи веверица је сакупљала орахе за зиму. “Колико си ораха сакупила?”, питао је јеж. “Ако нађем још 6 ораха, имаћу исто колико и прошле године, али ако нађем још 30 ораха, имаћу три пута више него прошле године”, одговорила је Ципирипи веверица. Колико је ораха сакупила ове, а колико прошле године?



Задаци за вежбу

6. Погледајте следећи пример задатка и утврдите: а) Шта чини услов задатка? б) Шта чини питање?

Пример: Милан је имао 7 кликера. Кад је Јовану дао 2 кликера обојица су имала једнак број кликера. Колико укупно имају кликера?

7. Продавац је спаковао у први сандук четвртину јабука. У други сандук спаковао је трећину преосталих јабука, а у трећи ставио је половину преосталих јабука. За четврти сандук преостало му је 12 јабука. Колико је продавац укупно имао јабука?



Срдачан поздрав и добро здравље

