

**Педагошки факултет у Сомбору**  
*Катедра за математику и методу наставе  
математике*

**Педагошко-психолошке основе  
почетног учења и наставе  
математике**

Методика математике 1 (МРМП1)

# Педагошко-психолошке основе

- Циљ ММ- теоријско и практично оспособљавање студената за ефикасан и успешан рад у реализацији предшколске/ране школске математике:

**Како** треба организовати активност/наставу и **ЗАШТО** треба радити на одређени начин, користити одређене методе, облике рада, средства и сл.

## Сагледати психолошке основе развоја детета па планирати делатност

- Процес планирања, организације и реализовања почетне наставе математике подразумева уважавање педагошких и психолошких основа:
- *Когнитивне могућности и способности ученика,*
- *Специфичности његовог сазнавања стварности,*
- *Карактеристике учениковог мишљења и*
- *Карактеристике интелектуалног нивоа.*
- Учење математике → подређено когнитивном развоју- успешно ако је усклађено са развојним интелектуалним нивоом

# Педагошко-психолошке основе

- Процес учења → мисаона активност деце;
- ММ одређује < нивое математичког мишљења и мисаоне операције у почетном учењу.

➤ **Различити** математички садржаји (геометрија, аритметика, релације) → *различите мисаоне операције*

➤ Основни методолошки поступак:

***од опажања ка апстрактном појму***

# Развој мишљења код деце

- Познавање фаза интелектуалног развоја деце:
  - *успешно усвајање математичких садржаја*
  - *правилан развој математичког мишљења.*

# Развој математичког мишљења - оперативни принципи

- Како се по Piaget-овој теорији развојних фаза развија мишљење (математичко) код деце
- Модификација у теорију наставе – Aebli, Bruner, Galjperin, Lompscher
- Дидактичке последице (Dienes, Fricke, El, Winter)

# Теорије развоја мишљења

- Piaget-ова конструктивистичка теорија
  - темељни значај за данашњу психологију мишљења
  - Општа концепција интелектуалног раз. (четири стадијума):
    1. **Сензомоторни** (до 2. год. старости)-
      - дете ограничено на директну интеракцију са средином
      - ***Овладава чулним искуствима битним за развој математичких појмова:***
        - говор, ход, координација покрета,
        - проналази скривен предмет, 1-1 кореспонденција,
        - показује на себи делове тела (5 делова),
        - из гомиле извлачи предмет по налогу, учи увиђањем.

## Преоперациони стад. (2-6 год.)-

конкретна делатност и непосредно опажање:

- маипулише симболима средине,
- реконструише прошлост,
- прави планове за будућност,
- развија се појам класа ( на сличностима)
- нису у стању да деле делове у целину.

- **Мишљење није реверзибилно (нема инверзије)-** услов за наредни стадијум
- Фокусирају се на статично (тренутно) стање- центрација
- **Неспособност конзервације-** центрација само једног краја



## Ст. конкретних операција (7-11 год.)-

- Сложене менталне операције:
  - ✓ додавање, одузимање, класификација, серијација
  - ✓ **СВЕ СУ РЕВЕРЗИБИЛНЕ**
  - Реалистична математика (PME теорија- Фројдентал)
  - **Успешно „конзервирају”** појам
- (дужина 6-7, материја 7-8, маса-тежина 9, запремина 12)

### УСЛОВ:

*реверзибилност мишљења и операција идентитета*

Ограничено на искуствене појмове- непосредно опажање

\* неспособност уопшавања

# Важни аспекти менталног развоја:

- **Класификација**

*(груписање према заједничким својствима)*

- **Серијација**

*(груписање према разликама)*

- схватају транзитивност релације

*Елементи вербално исказани → НЕМА СЕРИЈАЦИЈЕ*

Разлог: неопходни материјални елементи за везивање менталних симбола

## 4. Ст. формалних операција (11. год.)-

- Формално-апстрактно мишљење, дедуктивно-хипотетичко закључивање
- Потпуно ослобађање од конкретних објеката, логичко расуђивање, формирање хипотеза, не описују већ објашњавају ситуације

Предшколски период:

**критичан за развој менталних операција:**

*реверзибилности, идентитета, класификације, серијације, конзервације.*

Према Пијаже-у: **не могу се убрзати**

# Н. Аебли (1963):

## Оперативна метода

- **Циљ**- увид у поступне кораке и њихову везу  
Пијажеови стадијуми- нужни редослед етапа у развоју  
мишљења

Суштинска разлика: **посматра их независно од  
старости**

- Наглашава значај процеса учења за развој-  
*усмеравајуће учење* (ШКОЛА)
- Дидактичко питање:
  - *Како се нека операција мишљења у глави ученика  
може изградити, унапредити, учврстити?*

## Операције мишљења као предмет оперативне методе - Пример из математике

- Сабирање природних бројева-
- Постигнуто када су обухваћене:
  - композиција (комутативност и асоцијативност)
  - реверзibilност (веза са одузимањем)
- Нпр.  $4+3+6=6+4+3$   
 $11+4=15$ , јер је  $15-4=11$

# Поунутарњивање операције и оперативна обрада

- **Поунутарњивање** = поступност, у три нивоа:
- Конкретни ниво- ефективно извршавање на конкретном примеру
- Фигурални ниво – сликовит приказ
- Симболички ниво - симболизација, знакови операција
- Обезбедити да дође до процеса унутар ученика, који ће га кроз сталну сопствену рефлексiju о свом делању и опажању, довести до представе при чему *опажајна помоћ више није потребна*

# Оперативна обрада

- **Продубљивање разумевања**
- Мењањем почетне ситуације у више смерова добија се **ПОКРЕТЉИВОСТ**  
(Како? Шта? Када?)
- Још увек **нема аутоматизације**:
  - значење  $3+5=$ ,  $4+6=$ ,...у опажајном смислу,
  - **Које** предмете и особе можемо спојити на тај начин, измислите ситуацију, **како** то можемо представити цртежом, **шта** се дешава ако...?

## Bruner-ова теорија о равнима апстракције (1974)

- **Развој процеса мишљења-**

- Не одвија се у временски одређеним етапама, него **истовремено**, у оквиру *различитих равни мисаоних представа* које су међусобно веома зависне.

Три равни:

- *акционо* представљање (конкретне радње)
- *иконично* представљање (слика, график)
- *симболично* представљање (систем знакова)



- Улога језика: ВОДЕЋА у интелектуалном развоју

- Развој процеса мишљења-

*добро координисање између различитих  
равни*

Несклад → покретач **процеса развоја  
мишљења**

Противречност ситуације-**интелектуални  
развој**

# Руска школа (Виготски, Гаљперин, Ломпшер)

- Периодизација развоја (6 фаза):
  - Непосредно емоционално општење (до 1. год.)
  - Предметно манипулативна делатност (1-3. год.)
  - Период игре (3-6. год.)
  - **Делатност везана за учење** (6-10 год.)
  - Друштвено значајна делатност (10-15 год. )
  - Фаза везана за учење и професију (15-18 год.)
- Од социјалног ка индивидуалном

***Настава не следи развој - води га***  
*теоријска знања, дедуктини начин закључивања*

- Подстицати теоријско мишљење и развој сазнања у целини

*анализирање, уочавање, извођење појединачних својстава*

- Развијање способности потпуног овладавања апстракцијом
- *Потребно и најмлађе ученике упознавати са општи појмовима -у супротности са традиционалним приступом*

# Импликације и закључци

- Тесна веза учења и умног развоја
- Савремени дидактички наставни системи→
  - *напредовање ученика према индивидуалним способностима и*
  - *правилно формирање математичких појмова,*
  - *развој мишљења.*

Основношколски успех-база за касније  
**напредовање**

- *„Морамо да чујемо шта нам деца говоре и да одговоримо да нас могу схватити”*

(Елкајнд 1974)

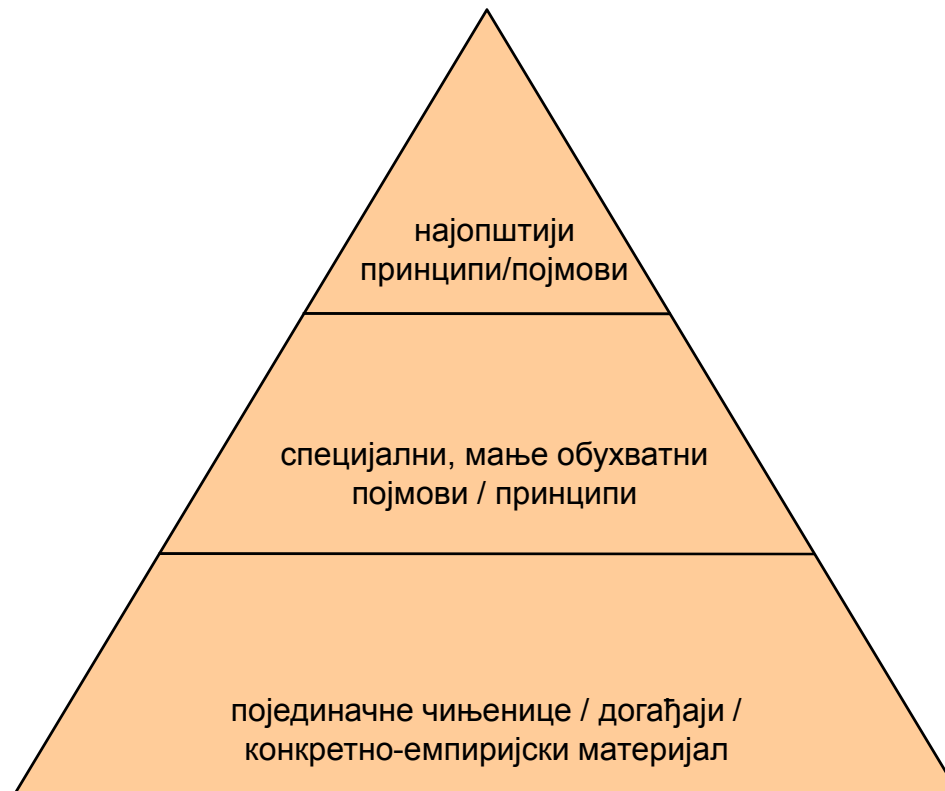
- Методолошки поступак у почетном учењу и настави математике – АИС принцип

- „ИЗГРАДЊА” почетне наставе математике:

- ✓ Са **конкретно-делатних** начина представљања **ка апстрактно симболичком**

- ✓ **Важно: Ослобађање од конкретних представа,  
Више начина решавања- упоређивање, варирање ситуација.**

# Организација когнитивне структуре по Ausubelu



- Најважнији услов за учење са разумевањем, **постојање когнитивне структуре код ученика**

- *„Када би целу психологију наставе свели на један једини принцип, он би гласио:*

*најважнији фактор који утиче на учење је оно што ученик већ зна. Одредите прво то а затим поучавајте своје ученике”*(Ausubel, 1980).

- Свакодневна искуства – најпоузданија основа
- Уклопити у когнитивну структуру –  
*уклопити у језички репертоар*  
*(у речи и представе које су му најблискије)*
- Језик знатно олакшава учење са разумевањем:
- Не само комуникативна улога (Piaget)
- Улога интегрисања и подстицања мишљења



## ***„Језгро разумевања”***

- *Што је могуће дубље укоренењено значење у когнитивну структуру ученика*
- **Формулисање:**
  - блиске ситуације и појмови
  - „очигледне” ситуације (упутства, скице)
  - „прилагођено формулисање” -  
*пожељна вербална језгровитост и  
јасна свест о предмету*



- **Брз прелаз на стручну формулацију –**

- језгро разумевања уопште не буде примећено или,
- пребрзо буде изгубљено,
- након *стручне формулације* темин се даље уопше *не помиње* -

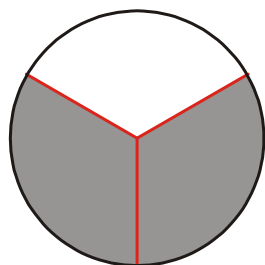
## Додатни типови задатака разумевања

- Превођење стручних термина у очигледан свакодневан језик;
- Понављање очигледног језгра разумевања у другим примерима;
- Грешке на нивоу симболичке равни обијаснити на основу језгра разумевања (нпр. Зашто се при скраћивању  $\frac{4}{9}$  не може добити  $\frac{2}{3}$ ?)

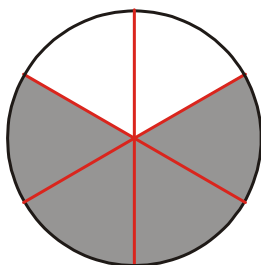
# Пример – скраћивање разломака

- Скратити разломак –  
*свести га на разломак исте вредности са мањим имениоцем и бројиоцем (бројилац и именилац делимо истим бројем).*
- *При објашњењу „скраћивања“, не враћамо се више на очигледно језгро разумевања*
- ***Како формулисати језгро?***
- Скратити разломак – учинити поделу грубљом.
- Целину делимо у мањи број сразмерно већих делова

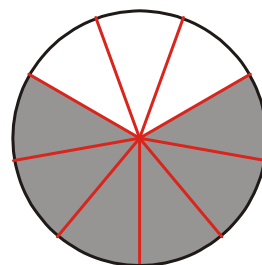
- Слика 1- Подела круга (целине) на једнаке делове
- Скраћивање са 2(с лева у десно)- у пола мање дупло већих делова



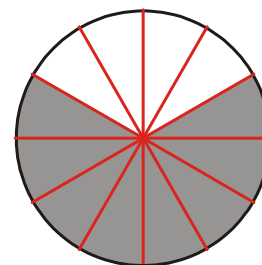
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$

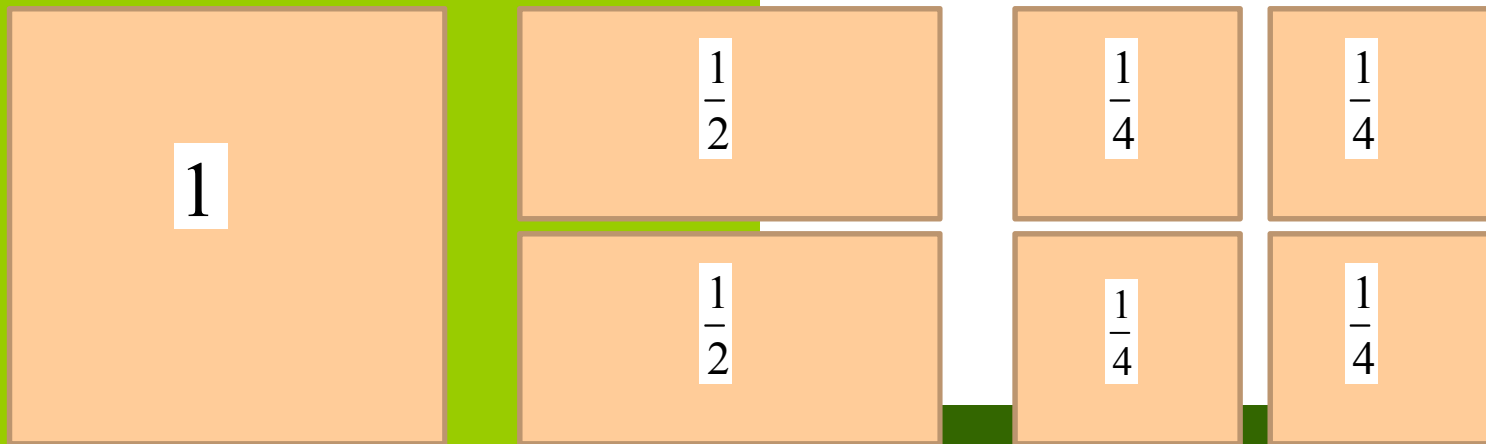


$$\frac{8}{12}$$

- **Закључујемо:** Делови целине су једнаки, односно  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$

- **Уочавамо:** бројилац 4 и именилац 6 - удвостручени  
бројилац 6 и именилац 9 - утростручени  
бројилац 8 и именилац 12 - четворостручени

Квадрат



$$1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4}$$

- Вредност разломка се не мења,
- Скратити не значи и умањити,
- **Посебна пажња** - формулисати језгро разумевања на свакодневном језику
- Задаци разумевања –
  - повезивање очигледних основа,
  - свакодневног говора и
  - стручног језика

- Памћење – аспект учења са разумевањем
- Умањити „трансфер заборављања“:
  - не прекидати везу са конкретном равни (примери)
  - задаци разумевања не само при обради већ и касније што чешће,
  - код учења новог градива, подсетити се раније наученог на конкретном примеру



## Учење са разумевањем – уклапање у когнитивну структуру (Ausubel)

- **Опште представе**

(појмови из свакодневног живота, блиски, основни)

- **Изградити и формулисати „језгро разумевања”**  
(говорни језик)

- **Предструктурирати наставне садржаје**

(кратак увид у тему и циљеве)

- **Прогресивна диференцијација, интегративно повезивање и разграничавање**

- **Трансфер заборављања**

- **Резимеи** (повезани са очигледним примерима)

- **Литература:**

- Дејић, М. (2015). Методика развијања почетних математичких појмова Београд: Учитељски факултет, стр. 19-23.

*За оне који би желели да знају више*

- Дејић, М., Егерић, М. (2015): *Методика наставе математике*. Београд: Учитељски факултет, стр. 31-42.

***Срдачан поздрав и добро здравље***

доц. др Бојан Лазић